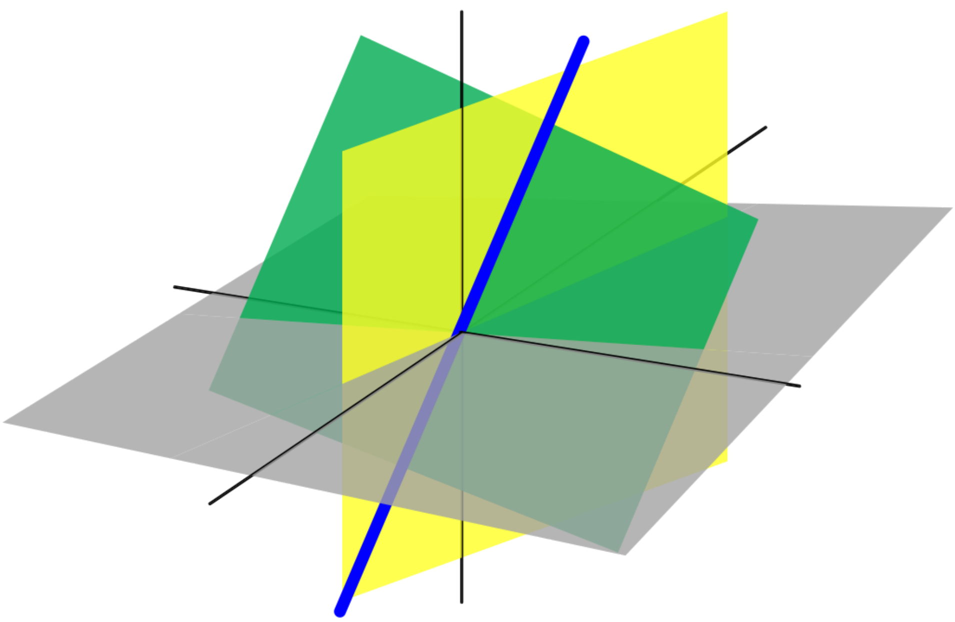
数学社线代1

线性代数（英语：linear algebra）是关于[向量空间]()和[线性映射]()的一个[数学]()分支。它包括对线、面和子空间的研究，同时也涉及到所有的向量空间的一般性质。



向量加法 $\boldsymbol{v}=\begin{bmatrix}v_1\\v_2\end{bmatrix}$ 与 $\boldsymbol{w}=\begin{bmatrix}w_1\\w_2\end{bmatrix}$ 相加得到 $\boldsymbol{v}+\boldsymbol{w}=\begin{bmatrix}v_1+w_1\\v_2+w_2\end{bmatrix}$

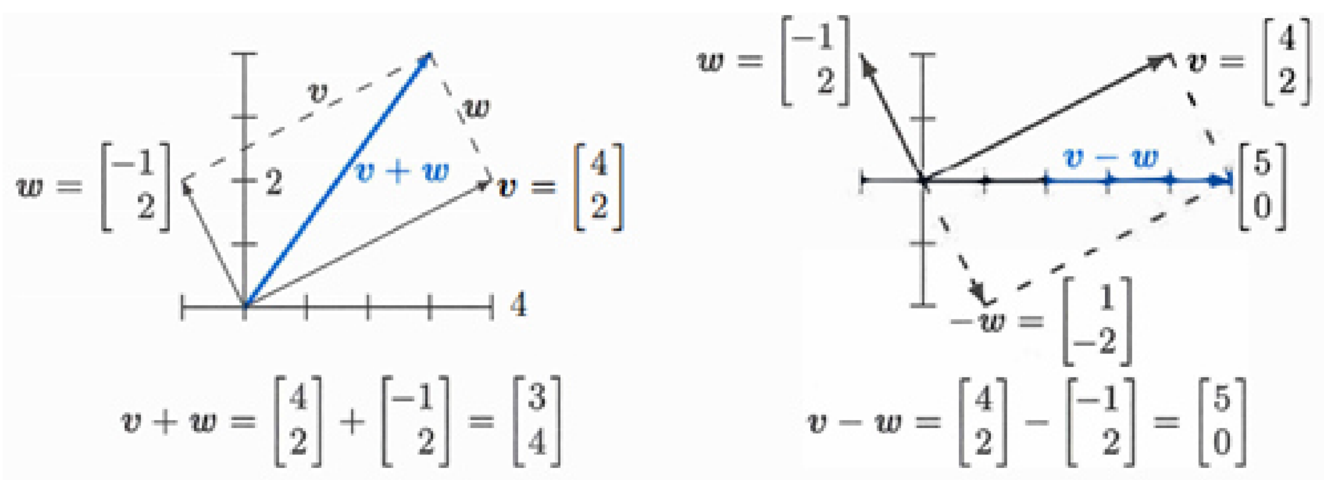
减法追随相同的概念：$\boldsymbol{v}-\boldsymbol{w}$ 的分量是 v_1-w_1 与 v_2-w_2。

另一个基础运算是纯量(scalar)乘法(**也称为数乘**)，向量可以用 2 或–1 或任意数 c 去乘。要计算 $2\boldsymbol{v}$，用 2 乘 $\boldsymbol{v}$ 的每个分量：

纯量乘法 $2\boldsymbol{v}=\begin{bmatrix}2v_1\\2v_2\end{bmatrix}=\boldsymbol{v}+\boldsymbol{v}$，$-\boldsymbol{v}=\begin{bmatrix}-v_1\\-v_2\end{bmatrix}$。

$c\boldsymbol{v}$ 的分量是 cv_1 与 cv_2，数字 c 称为“纯量”。

注意$-\boldsymbol{v}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 的总和(sum)是零向量，以粗体 **0** 表示，与一般的数字 0 不相同，向量 **0** 的分量是 0 与 0。请原谅我一直在反复谈论向量与分量的差别，线性代数就是建立在 $\boldsymbol{v}+\boldsymbol{w}$ 与 $c\boldsymbol{v}$ 与 $d\boldsymbol{w}$ 的运算––向量加法与纯量乘法。



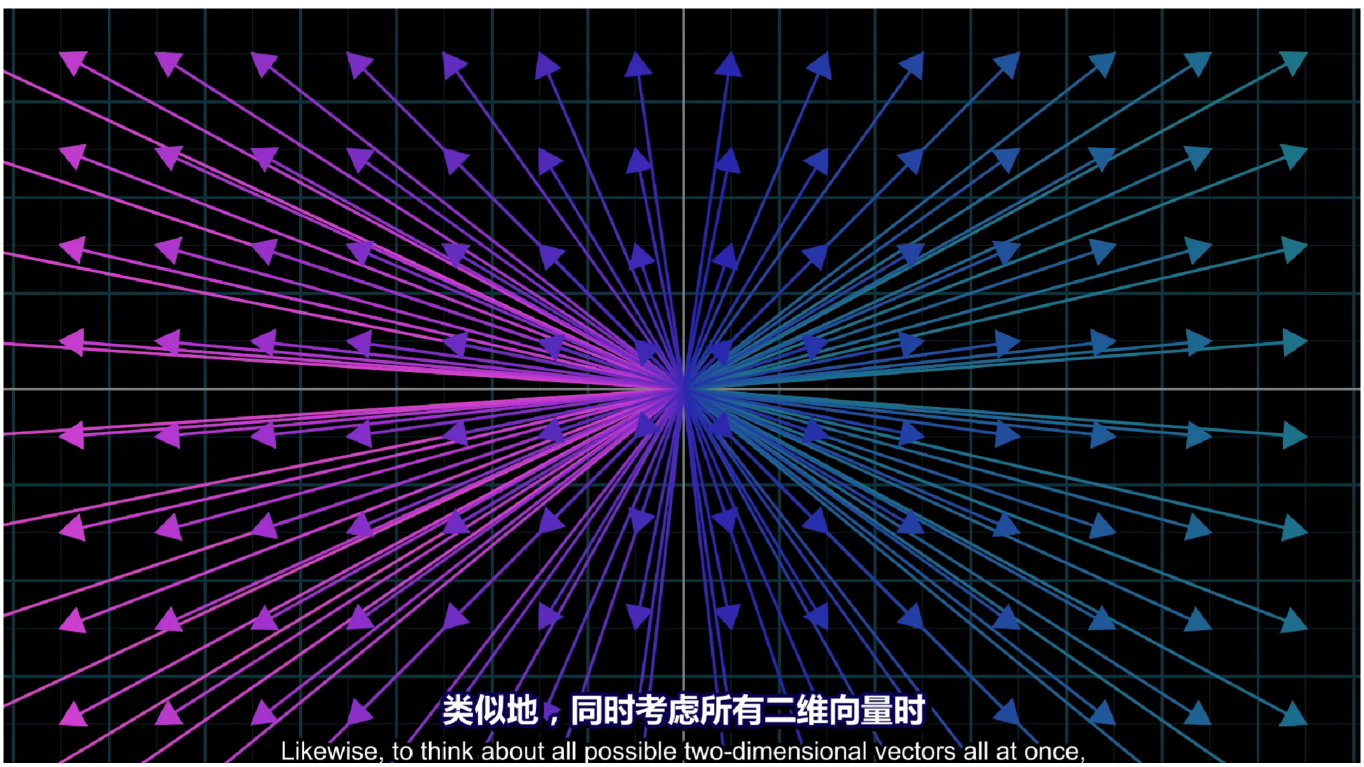
向量方程式 $c\boldsymbol{v}+d\boldsymbol{w}=\boldsymbol{b}$ $\quad c\begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}+d\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$

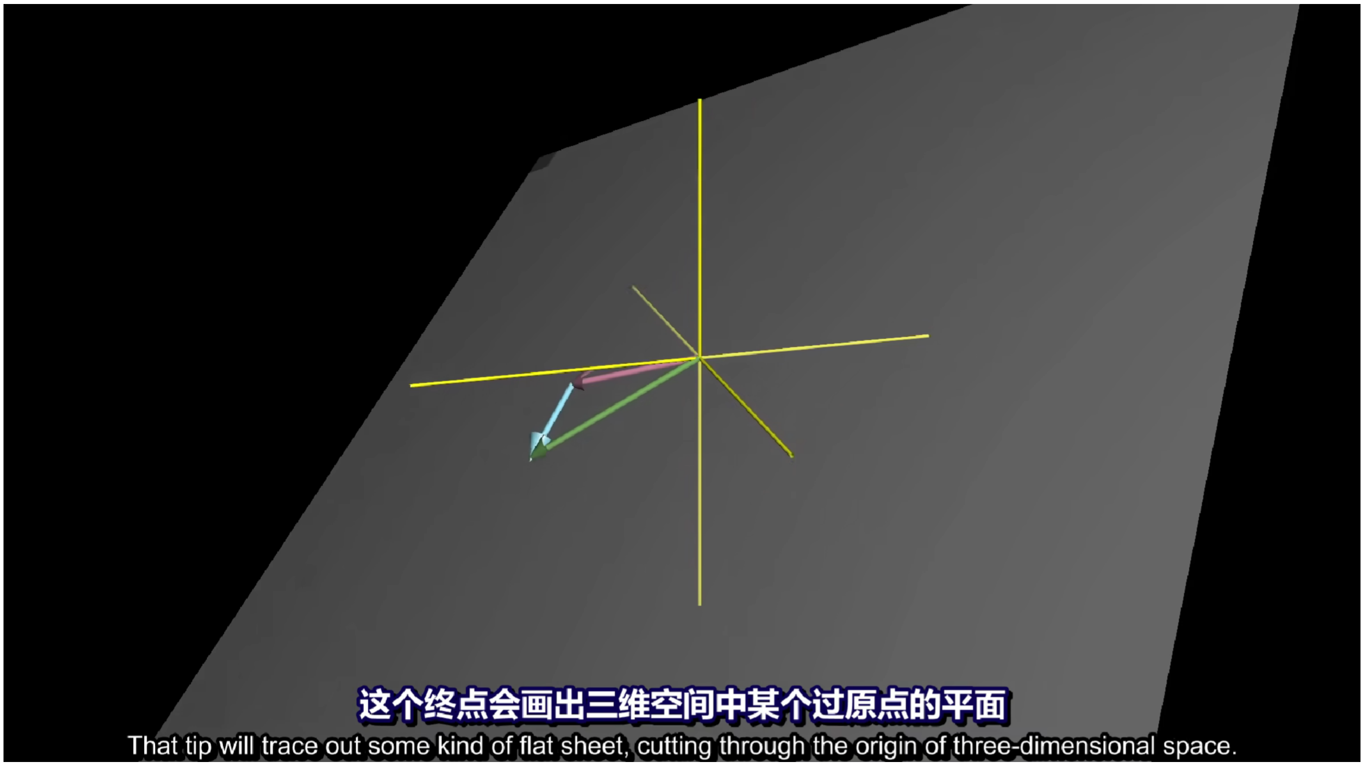
c 与 d 所需要的方程组来自个别的两个分量：

两个一般方程式
$$\begin{aligned}2c-\ d&=1\\-c+2d&=0\end{aligned}$$

每个方程式产生一条直线，两条直线相交于解 $c=2/3, d=1/3$。也可以把这个问题视为**矩阵方程式**，这就是我们想要往下介绍的：

2×2 矩阵 $\begin{bmatrix}2&-1\\-1&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$





---

1 $3\boldsymbol{v}+5\boldsymbol{w}$ 是向量 $\boldsymbol{v}$ 与 $\boldsymbol{w}$ 的**线性组合** $c\boldsymbol{v}+d\boldsymbol{w}$ 的一个典型。

2 当 $\boldsymbol{v}=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ 与 $\boldsymbol{w}=\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$ 时，前述的组合是 $3\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}+5\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3+10\\3+15\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}13\\18\end{bmatrix}$。

3 在 xy 平面，向量 $\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\3\end{bmatrix}$，首先横跨到 $x=2$ 再往上到 $y=3$。

4 组合 $c\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}+d\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$ 形成整个 xy 平面，他们产生每个 $\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$。

$$End$$